

Análise de Formas e Reconhecimento de Padrões por meio da Assinatura Fractal Multiescala

RODRIGO DE OLIVEIRA PLOTZE
ODEMIR MARTINEZ BRUNO

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Universidade de São Paulo - Campus São Carlos
Caixa Postal 688 - 13560-90 - São Carlos, SP
[ropplotze,bruno]@icmc.usp.br

Resumo. Este trabalho apresenta uma nova abordagem para análise e classificação de formas utilizando a assinatura fractal multiescala. Os métodos tradicionais de classificação baseados em características de fractalidade, mais especificamente dimensão fractal, utilizam um único descritor para representar a complexidade de uma forma. A curva da dimensão fractal é uma função espaço-escala contendo diversas informações sobre a complexidade da forma. Nessa proposta a curva da dimensão fractal multiescala é utilizada como assinatura de complexidade, e os descritores de fourier são adotados como vetores de características. Foram realizados experimentos com problemas reais de análise e classificação de formas, em que foram utilizados órgãos foliares de espécies vegetais da Mata Atlântica e do Cerrado. Os resultados demonstram a eficiência dessa nova abordagem, no qual através dos descritores da assinatura fractal multiescala, foi alcançada uma taxa de acerto de 96% das espécies vegetais.

Palavras-Chave: dimensão fractal, análise de formas, reconhecimento de padrões, assinatura fractal

Shape Analysis and Pattern Recognition by Multiscale Fractal Signature

Abstract. This work presents a novel approach to shape analysis and classification called multiscale fractal signature. The traditional methodologies based on fractality features have used a single descriptor (fractal dimension) to represent the shape complexity. On the other hand, the fractal signature contains a complete description about the shape complexity. In this approach, the Fourier descriptors of multiscale fractal dimension function are used to compose the features vectors of the shapes. A set of experiments, with plant species of Mata Atlântica and Cerrado, was realized to demonstrate the potentiality of this new methodology. The results demonstrated high accuracy in the species classification with success of 96%.

Keywords: fractal dimension, shape analysis, pattern recognition, multiscale fractal signature

(Received October 03, 2006 / Accepted February 08, 2007)

1 Introdução

Os sistemas de visão biológicos representam a principal ferramenta dos seres humanos para exploração e descoberta de conhecimento do mundo real. Enquanto,

analisar e reconhecer informações visuais parece trivial para um ser humano, esta pode ser uma tarefa complexa quando executada por sistemas de visão artificial. O principal problema do processo computacional está relacionado a quantificação das informações visuais pre-

sententes nas imagens. Por outro lado, superando este desafio, as técnicas de visão computacional têm alcançado excelentes resultados quando aplicadas nas mais diferentes áreas, algumas vezes superando os sistemas naturais.

Dentro de um sistema de visão computacional, o processo de análise e extração de características é fundamental para a fase de classificação de padrões [18][8]. O ato de reconhecer ou classificar formas é uma das tarefas mais importantes após a extração de características, além de ser um dos principais assuntos relacionados à análise de formas [5]. A eficiência da fase de classificação está intimamente ligada à qualidade e potencialidade das características extraídas das imagens. Na literatura é possível encontrar uma infinidade de metodologias capazes de extrair informações de imagens, nos mais variados domínios. Entretanto, quando o domínio de imagens analisado são formas da natureza, a complexidade da tarefa de analisar e reconhecer padrões aumenta drasticamente. Esse fato é justificado principalmente devido à variabilidade das formas presentes na natureza.

A geometria fractal é um campo da matemática que tem como objetivo principal representar geometricamente formas da natureza [10, 9]. O comportamento fractal das estruturas da natureza pode ser quantificado através de sua dimensão fractal. Motivados por essa metodologia, diversos pesquisadores demonstraram como os conceitos da geometria fractal, mais especificamente dimensão fractal, podem ser aplicados para extração de características e reconhecimento de padrões em imagens digitais. Aplicações podem ser encontradas em diversos campos, como: neurologia [17]; classificação de íris [23]; taxonomia vegetal [15]; diagnóstico de diabetes [3]; análise da diversidade de vegetações [1], dentre outros. O principal problema das metodologias tradicionais é o fato delas resultarem em um único valor que representa a dimensão fractal (ou complexidade) da forma analisada. Muitas vezes, essa característica singular não é suficiente para analisar e reconhecer padrões de uma determinada forma.

Este trabalho apresenta uma nova abordagem para análise e reconhecimento de padrões baseado em dimensão fractal chamado de assinatura fractal multiescala. Ao contrário dos métodos tradicionais, a assinatura fractal multiescala é uma função que contém inúmeras informações sobre a complexidade da forma analisada. São relatados experimentos com a assinatura fractal multiescala visando à caracterização de espécies vegetais, em que foram utilizados casos reais de taxonomia de espécies. Os resultados alcançados demonstraram a viabilidade da assinatura da dimensão fractal na análise e

reconhecimento de padrões de formas da natureza.

2 Geometria Fractal e Dimensão Fractal

Um dos principais desafios enfrentados por matemáticos, desde o início do século 19, tem sido desenvolver metodologias capazes de representar geometricamente formas da natureza. Os conjuntos de formas definidos pela geometria convencional são incapazes de resolver tal problema. Por exemplo, como é possível representar formas irregulares, tais como árvores, nuvens, paisagens? Uma nuvem pode ser caracterizada como a forma geométrica de uma esfera? Ou uma montanha pode ser representada através de um cone? Uma das respostas para essas perguntas transcende a geometria euclidiana e ficou conhecida como geometria fractal.

Esse desafio enfrentado pelos matemáticos ficou esquecido durante muito tempo até que na década de 70 o francês *Benoit Mandelbrot* propôs um novo conjunto de formas geométricas baseado na idéia de fractalidade. O principal objetivo dessa proposta foi minimizar as lacunas deixadas pela geometria euclidiana no que diz respeito às formas da natureza. A definição desse novo conjunto de formas, conhecidas como fractais, utilizou como base dois conceitos matemáticos relacionados a dimensão: a dimensão topológica (D_T) e a dimensão de *Hausdorff-Besicovitch* (D). Na dimensão topológica todas as formas geométricas sempre possuem dimensão inteira, assim temos: ponto = 0_D ; linha = 1_D ; quadrado = 2_D e cubo = 3_D . Por outro lado, na dimensão formulada por *Hausdorff-Besicovitch* (1919) as formas podem não conter uma dimensão inteira. Para *Mandelbrot*, as formas fractais consistem em um conjunto no qual D excede estritamente D_T . Ou seja, qualquer conjunto com D não inteira é um fractal. E a dimensão das formas pertencentes a esse conjunto foi definida como dimensão fractal [10].

Uma importante característica das formas fractais é a sua auto-similaridade. Isso significa que uma determinada forma, tanto em escalas maiores (macroscópicas) quanto em escalas menores (microscópicas), é constituída por um mesmo conjunto de primitivas. Assim, qualquer forma auto-similar pode ser dividida em N cópias menores (dela mesma) tal que sejam escalonadas por um fator s . Analiticamente, a dimensão fractal de formas auto-similares pode ser calculada através da Equação 1:

$$D_f = \frac{\log(N)}{\log(\frac{1}{s})} \quad (1)$$

onde N representa o número de partes auto-similares da forma, e s um fator de escalonamento. Para uma forma bidimensional o fator $s = 1/N^{1/2}$, uma vez

que essa forma pode dividida em N áreas auto-similares escalonadas por s .

É importante salientar que as formas fractais são idealizações que podem não existir na natureza, e nem mesmo serem corretamente representadas no computador. Estes fatos se devem a dois motivos: (i) a auto-similaridade infinita não pode ser representada na natureza e (ii) as limitações do processo de digitalização das imagens tendem a extinguir pequenos detalhes da imagem. Dessa maneira, é necessário assumir (para o caso de imagens digitais principalmente) que formas fractais possuem fractalidade limitada.

Nas últimas décadas, um amplo número de técnicas para estimativa da dimensão fractal foram apresentadas na literatura, dentre elas [20]: *box-counting*: este método é baseado na divisão da imagem em caixas quadradas de tamanho ε , e na contagem do número $N(\varepsilon)$ dessas caixas que contenham pelo menos uma porção da forma em análise [13][22]; *divider-step*: utiliza como critério para estimativa da dimensão fractal a proporção entre o comprimento do contorno de uma forma, e o tamanho da régua empregada para medir este contorno [22][2]; *Bouligand-Minkowski*: é uma técnica baseada na relação entre a área de influência da forma analisada e o espaço métrico que ele ocupa [19]; dentre outras técnicas.

2.1 Estimativa da Dimensão Fractal

A dimensão fractal multiescala é uma eficiente abordagem para estimativa da complexidade de formas. Essa metodologia é baseada no conceito de escala espacial que permite analisar uma mesma forma em determinados momentos ou lugares. As variações de escala de uma forma fazem com que diversas informações (características) possam ser extraídas. Por exemplo, considerando uma fruta em escala natural as principais informações que podem ser coletadas são: formato, coloração, qualidade para consumo, etc. Por outro lado, quando essa fruta é analisada em escala microscópica, outros dados podem ser extraídos tais como: número de células, organização celular, etc. Existem inúmeras relações entre as diversas escalas de uma forma, assim, propriedades e fenômenos ocorrendo em uma dessas escalas poderão estar relacionados a efeitos em outras. Essa riqueza de informações ao longo de diversas escalas espaciais pode ser estudada através da dimensão fractal multiescala [4][11][6].

A utilização da dimensão fractal para caracterizar formas da natureza é limitada, principalmente porque essas formas não são essencialmente fractais (ou auto-similares) [11]. Dessa maneira, qualquer forma com tamanho finito possui fractalidade próxima de zero quan-

do observada em escalas cada vez maiores, ou seja, toda forma analisada em escalas maiores parece com um ponto ($D_f = 0$). Nesses casos a abordagem multiescala é capaz de trazer informações mais substanciais do que os métodos clássicos para estimativa da dimensão fractal, uma vez que permite analisar a variação da forma em função do espaço métrico que ela ocupa [6].

O processo para estimar a dimensão fractal através da abordagem multiescala se inicia com a dilatação sucessiva da forma em análise por um raio \mathbf{d} . Essa técnica é conhecida como dilatações exatas. Teoricamente, a dilatação exata de uma imagem pode ser definida como se segue: Seja \mathbf{F} uma forma binária bidimensional. A dilatação exata corresponde à seqüência de todas as sucessivas dilatações, sem repetições, utilizando um círculo (de raio \mathbf{d}) como elemento estruturante. Por exemplo, considere \mathbf{F} contendo um único pixel \mathbf{p} isolado. Se dilatarmos \mathbf{p} através de círculos com raio \mathbf{d} , a primeira dilatação será $\mathbf{d} = 1$. O próximo passo do incremento corresponde a $\mathbf{d} = \sqrt{2}$, e assim sucessivamente. As distâncias obtidas pela dilatação de \mathbf{d} são chamadas de *distâncias exatas* e a ordem de ocorrência são conhecidas como *índice de distância* \mathbf{k} . Deste modo, começando com $\mathbf{k} = 0$ temos $\mathbf{d} = \emptyset$, para $\mathbf{k} = 1 \rightarrow \mathbf{d} = 1$, para $\mathbf{k} = 2 \rightarrow \mathbf{d} = \sqrt{2}$, e assim até $\mathbf{k} = N_M \rightarrow \mathbf{d} = d_M$. O conjunto de todas as formas dilatadas, para cada possível distância exata, corresponde as *dilatações exatas* da forma original [5].

Considerando as diversas áreas assumidas pela forma \mathbf{F} durante a dilatação, é possível calcular um gráfico em escala logarítmica da área dilatada $\log(\mathbf{A}(\mathbf{d}))$ em função do raio de dilatação $\log(\mathbf{d})$. Nos métodos tradicionais para estimativa da dimensão fractal, como é o caso da técnica de *Bouligand-Minkowski*, o valor da dimensão fractal de um objeto é obtida através da regressão linear da curva do gráfico bi-log. O principal problema desses métodos é que como a curva não resulta em uma reta de regressão perfeita, valores substancialmente distintos podem ser obtidos dependendo do intervalo $\log(\mathbf{d})$ escolhido.

Na abordagem multiescala essa subjetividade é superada realizando a derivada das áreas dilatadas $\log(\mathbf{A}(\mathbf{d}))$. Para isso, pode ser utilizada a propriedade derivativa da transformada de Fourier [12], expressa na Equação 2. Seja $f(x) \Leftrightarrow F(u)$ uma transformada espaço-freqüência, e \mathbf{j} um número real não negativo que representa a ordem de derivação. A propriedade derivativa da transformada de Fourier é definida como se segue:

$$\frac{d^{\mathbf{j}} f(x)}{dx^{\mathbf{j}}} = D_{\mathbf{j}}(u)F(u) \quad (2)$$

onde $D_{\mathbf{k}}(u) = (j2\pi u)^{\mathbf{j}}$. Dessa maneira, a curva da

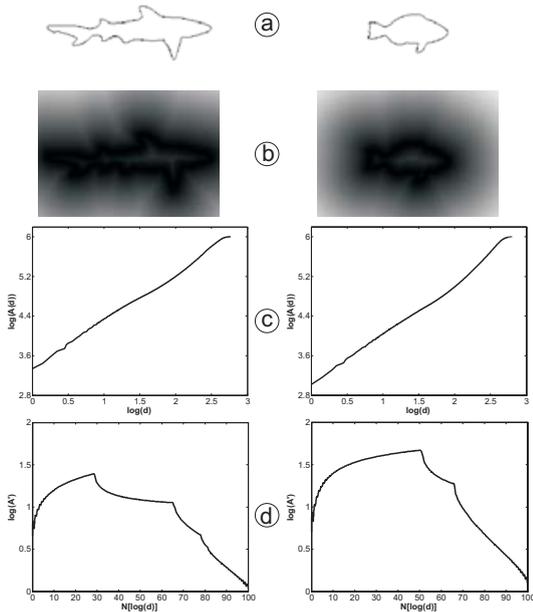


Figura 1: Dimensão Fractal Multiescala. (a) forma analisada; (b) dilatações exatas; (c) $\log(A(d)) \times \log(d)$; (d) curva da dimensão fractal multiescala ($\log(d) \times \log(A')$)

dimensão fractal multiescala é obtida através de um gráfico $\log(d) \times \log(A')$, no qual A' representa a derivada do ponto $(d, A(d))$ do gráfico bi-log. Baseado na curva multiescala, a estimativa da dimensão fractal pode ser obtida a partir do ponto máximo global da curva, o qual representa o pico de fractalidade em todas as escalas espaciais. A Figura 1 ilustra o processo para estimativa da dimensão fractal através da abordagem multiescala.

2.2 Dimensão Fractal Multiescala como Assinatura

Os métodos tradicionais para estimativa da dimensão fractal resultam em uma única informação que representa a complexidade do objeto em uma determinada escala. Na maioria dos processos de reconhecimento de padrões, ou análise de formas, uma única característica pode não ser suficiente para o estudo de formas.

Analisando a curva da dimensão fractal multiescala é possível determinar padrões de comportamento para as formas de uma mesma classe. Essa curva contém inúmeras informações sobre a complexidade da forma analisada, podendo ser considerada como uma assinatura digital da forma em estudo. A Figura 2 apresenta uma análise da dimensão fractal multiescala de duas classes de formas. Para cada forma a dimensão fractal multi-

escala foi calculada e as assinaturas espaço-escala foram comparadas. Graficamente, é possível destacar que as curvas multiescala foram capazes de caracterizar as duas classes de formas, produzindo assinaturas digitais dos padrões analisados.

As informações contidas nas assinaturas podem ser utilizadas como vetores de características para discriminação das formas, em que é possível considerar todos os pontos ao longo da curva, ou apenas alguns pontos distintos. As informações coletadas da assinatura fractal representam uma análise abrangente sobre a complexidade da forma.

Uma outra abordagem pode ser adotada para utilizar a assinatura fractal multiescala como vetor de características de uma forma. Para isso, pode ser utilizada uma representação baseada nos descritores de Fourier. Seja $f(n)$ o conjunto de pontos que definem a assinatura fractal multiescala de uma determinada forma, e $F(n)$ seus respectivos coeficientes complexos. Os descritores de Fourier podem ser obtidos através de Transformada Rápida de Fourier aplicada sobre o sinal $f(n)$, sendo expressa na forma: $f(n) \Leftrightarrow F(n)$. Para extração dos descritores de Fourier, são consideradas como características apenas a magnitude do espectro de Fourier, sendo definida através da Equação 3.

$$|F(n)| = \sqrt{\text{Re}(F(n))^2 + \text{Im}(F(n))^2} \quad (3)$$

Os descritores de Fourier podem ser adotados também em função da análise espectro da potência, ou função de densidade espectral, que é obtida através da Equação 4:

$$P(n) = |F(n)|^2 \quad (4)$$

Convencionalmente a seleção dos descritores de Fourier, é determinada a partir dos coeficientes de baixa-freqüência (que contém informações globais do objeto). Os coeficientes de alta-freqüência possuem informações dos ruídos da forma, e geralmente não são considerados como descritores.

A avaliação da potencialidade dos descritores escolhidos pode ser realizada através de métodos estatísticos de reconhecimento de padrões, como classificação por distância mínima, ou por técnicas mais sofisticadas como redes neurais artificiais.

3 Experimentos

Foram realizados experimentos envolvendo órgãos foliares de espécies vegetais com o objetivo de avaliar a função fractal multiescala como assinatura para classificação de formas. Todas as informações para discriminação das espécies foram coletadas através da análise

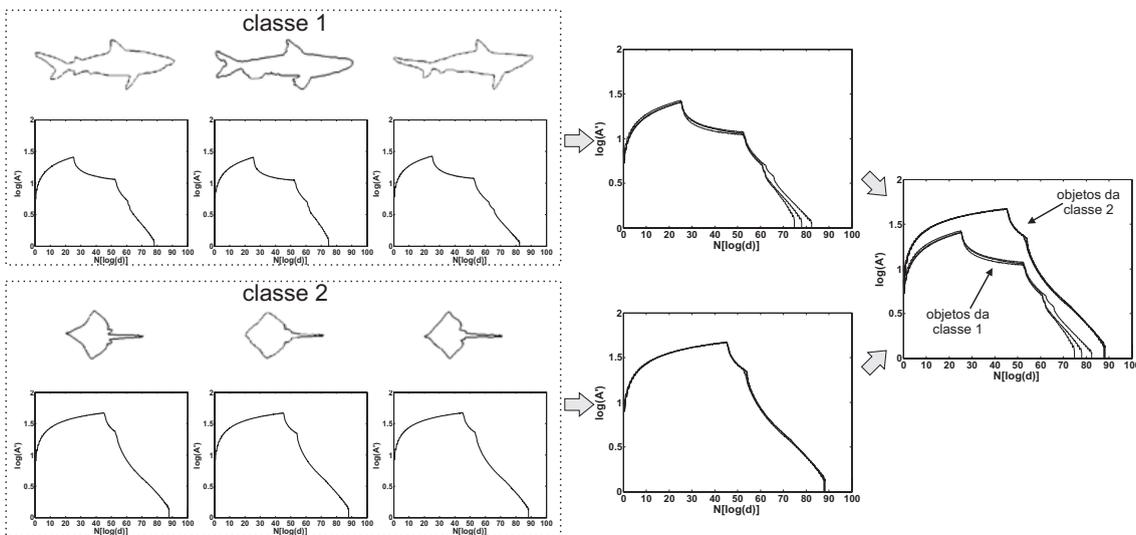


Figura 2: Análise e classificação de formas através da assinatura da fractal multiescala

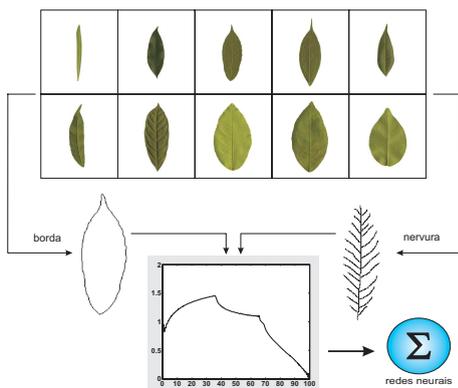


Figura 3: Diagrama dos experimentos realizados com as espécies vegetais da Mata Atlântica e do Cerrado

da assinatura da dimensão fractal. A base de imagens é formada por um conjunto de dez espécies da Mata Atlântica e do Cerrado brasileiro, sendo que cada espécie contém vinte exemplares. A Figura 3 ilustra o esquema dos experimentos realizados com as espécies vegetais.

Na primeira fase dos experimentos, cada exemplar de órgão foliar foi segmentado com objetivo de evidenciar dois conjuntos de informações de interesse: (i) as bordas e (ii) o sistema de venação (nervuras). As bordas foram extraídas através dos métodos tradicionais de detecção de bordas, por outro lado as nervuras necessitaram de um processo mais elaborado de segmentação. A tarefa de segmentação das nervuras foi realizada em

três estágios: (i) clarificação (diafanização) - processo químico para remoção da pigmentação das folhas; (ii) filtragem por difusão anisotrópica - realizado através de filtro anisotrópicos para suavização seletiva da imagem [14][21] e (iii) threshold adaptativo - no qual diversos valores de threshold são aplicados na imagem visando a segmentação das nervuras [16].

Com as informações de interesse extraídas (bordas e nervuras), a próxima fase dos experimentos consistiu em extrair características (descritores) das imagens segmentadas. Essas informações foram coletadas através da assinatura fractal multiescala, aplicada tanto para as imagens de nervuras quanto para as imagens de borda. Assim, para cada exemplar de órgão foliar foi coletado um vetor de características contendo informações de complexidade das bordas e das nervuras. A Figura 4 apresenta os gráficos das assinaturas fractais multiescala das nervuras das espécies vegetais. Para facilitar a visualização das informações são ilustradas apenas cinco curvas de cada espécie.

Na Figura 5 são demonstrados as assinaturas fractais multiescala das bordas das espécies vegetais da Mata Atlântica e do Cerrado. O gráfico da Figura 5a apresenta as assinaturas multiescala de cinco exemplares da espécie 1, na Figura 5b as assinaturas da espécie 2, assim até a Figura 5j que representa as assinaturas multiescala dos exemplares da espécie 10.

As assinaturas fractais multiescala foram transformadas em sinais complexos através da transformada rápida de Fourier (FFT). Assim, cada uma das assinaturas (200 exemplares * 2 (bordas e nervuras) = 400 funções)

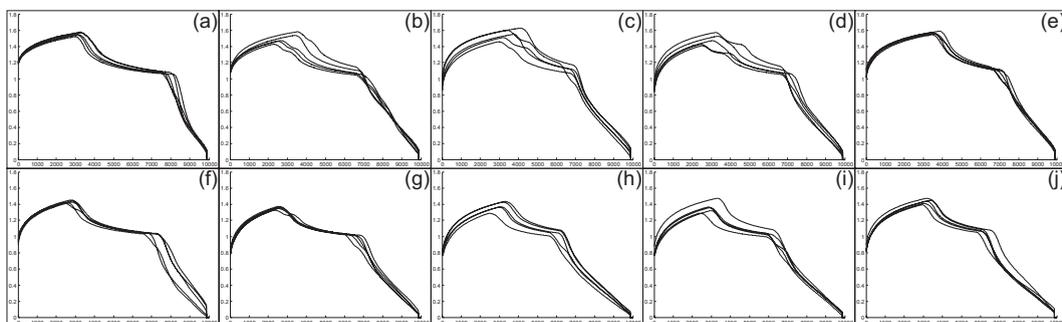


Figura 4: Assinaturas fractais multiescala das nervuras das espécies vegetais da Mata Atlântica e do Cerrado. Cada gráfico contém as assinaturas multiescala de cinco exemplares de cada espécie. (a) assinaturas da espécie 1; (b) assinaturas da espécie 2; e assim até (j) assinaturas da espécie 10.

possuía um par complexo no domínio da frequência.

Através da análise de espectro da potência foram selecionados os descritores de Fourier, utilizados como base para classificação das espécies. O número de descritores foi escolhido empiricamente com base nas informações de baixa-frequência, sendo que três grupos de descritores foram selecionados: (i) 40 descritores; (ii) 80 descritores e (iii) 160 descritores. Para cada grupo de descritores de Fourier, metade corresponde aos coeficientes complexos relativos à borda, e a outra metade aos coeficientes das nervuras.

Os três grupos de vetores de características definidos através dos descritores de Fourier, foram utilizados como base para uma rede neural artificial (RNA) [7]. A RNA é uma técnica de reconhecimento de padrões inspirada no funcionamento biológico dos neurônios humanos. Elas possuem como principal característica a capacidade de aprender relações complexas não lineares de entrada/ saída, além da habilidade de adaptação da rede de acordo com os dados de entrada.

Para os experimentos foi adotada uma das famílias de redes neurais mais utilizadas para reconhecimento de padrões as redes *feed-forward*, que incluem o perceptron multicamadas ou *Multi Layer Perceptron* - MLP [7]. No modelo MLP, a rede possui pelo menos três camadas, sendo: uma cada de entrada - em que os vetores de características são apresentados para rede; uma ou mais camadas intermediárias (ocultas) e uma cada de saída - utilizada para apresentar os resultados do aprendizado da rede. As redes do tipo MLP são geralmente aplicadas na solução de problemas não linearmente separáveis.

Baseada nas informações de entrada da rede, e nas saídas desejadas, as redes neurais utilizando um algoritmo de treinamento responsável por determinar o aprendizado da rede. Um dos algoritmos mais conhecidos

para treinamento de redes do tipo MLP é o *back-propagation* [7]. Esse algoritmo utiliza os padrões de entrada e as saídas desejadas para ajustar os pesos da rede através de um mecanismo de correção de erros. O desempenho e a eficiência das redes neurais podem ser medidos através das taxas de erro, que de modo geral representa a relação entre o padrão de entrada fornecido para rede e a saída desejada. Mais especificamente, esse cálculo é baseado na diferença entre o resultado alcançado pelo algoritmo e o resultado esperado. Uma das métricas comumente utilizada para este propósito é o erro quadrático (*mean square error* - MSE).

As próximas seções apresentam os resultados da classificação das espécies através das RNA empregadas nos descritores selecionados das assinaturas fractais multiescala. A partir dos descritores coletados, três baterias de experimentos foram definidas.

3.1 Experimento I: 40 descritores

Neste grupo de experimento foram utilizados 40 descritores, sendo 20 referentes a informações da bordas e 20 relativos as nervuras. As espécies vegetais da Mata Atlântica e do Cerrado estão distribuídas em duzentos exemplares de dez espécies diferentes. Assim, para esse experimento foram considerados 200 vetores de características contendo, cada um, 40 descritores.

As informações dos descritores foram utilizadas como entrada para uma rede neural artificial do tipo MLP. A rede foi treinada com o algoritmo *back-propagation*, e a topologia adotada para rede foi 40x20x10 (quarenta neurônios na camada de entrada; vinte neurônios na camada intermediária e dez neurônios na camada de saída). A taxa de aprendizado (Ta) utilizado no treinamento foi de $Ta = 0.1$, para um número de épocas de treinamento igual a 15.000. Para estimar significativa-

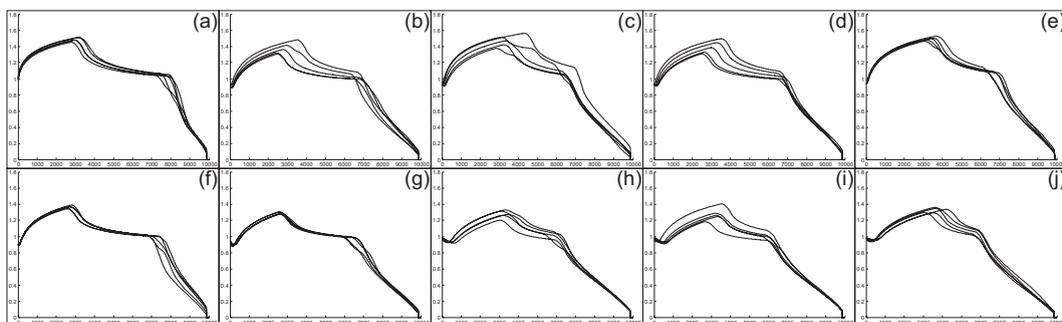


Figura 5: Assinaturas fractais multiescala das bordas das espécies vegetais da Mata Atlântica e do Cerrado. Cada gráfico contém as assinaturas multiescala de cinco exemplares de cada espécie. (a) assinaturas da espécie 1; (b) assinaturas da espécie 2; e assim até (j) assinaturas da espécie 10.

mente as taxas de acerto/erro da rede foi utilizado o método de validação cruzada conhecido como *k-fold cross-validation*. Neste método o conjunto de dados (200 vetores de características) foi dividido em k partições mutuamente exclusivas, sendo $k = 10$. A cada iteração um das k partições é utilizada para teste da rede, e as outras $k - 1$ são empregadas no treinamento.

Neste experimento com 40 descritores, a rede foi capaz de classificar corretamente em média 87% (± 0.03) das espécies. Os resultados são apresentados através de uma matriz de confusão, em que o número de predições corretas para cada classe é representado ao longo da diagonal principal, e nas demais posições são representadas os casos classificados erroneamente (predições incorretas). A Tabela 1 apresenta os resultados para o Experimento I. Essas informações foram obtidas com base nas saídas alcançadas pela rede para todas as 10 partições do método de validação cruzada. Os elementos $C_1, C_2, C_3, \dots, C_{10}$ representam as 10 espécies da Mata Atlântica e do Cerrado. As colunas %A e %E representam as porcentagens de acerto e erro respectivamente.

Na Tabela 2 são apresentados os resultados obtidos pela RNA em cada uma das k partições. Para cada partição são apresentadas as taxas de acerto/erro, bem como as estimativas de erro médio quadrático durante as fases de treinamento e teste. A primeira coluna representa cada uma das 10 partições do método de validação cruzada, na segunda e terceira coluna são relatadas as quantidades de acerto (#A) e erro (#E) em cada partição respectivamente. A coluna %A demonstra a porcentagem de acerto na partição, e %E a porcentagem de erro. As colunas T_r e T_e representam as taxas de erro médio quadrático durante as fases de treinamento e teste.

3.2 Experimento II: 80 descritores

Para este experimento as redes neurais foram treinadas com os mesmos parâmetros definidos anteriormente com: $Ta = 0.1$, número de épocas = 15.000 e topologia 80x40x10. O conjunto de dados é formado por 200 vetores de características referentes aos exemplares das espécies vegetais, contendo 80 descritores cada um. Na Tabela 3 são apresentados os resultados do processo de classificação através das redes neurais artificiais. A rede foi capaz de classificar corretamente 96% (± 0.03) das espécies.

Na Tabela 4 são ilustrados os resultados obtidos pela RNA em cada uma das k partições do método de validação cruzada. São relatadas as taxas de acerto/erro nas $k = 10$ partições, além das estimativas de erro médio quadrático.

3.3 Experimento III: 160 descritores

Este experimento utilizou 160 descritores de Fourier, e as redes neurais artificiais foram treinadas com os mesmos parâmetros definidos anteriormente. A rede foi capaz de classificar corretamente 90% ($\pm 0,05$) das espécies. Na Tabela 5 são apresentados os resultados da classificação através da técnica de redes neurais. A coluna %A representa as porcentagens de acertos para cada uma das espécies, e a coluna %E as porcentagens de erro (classificações incorretas).

A Tabela 6 apresenta os resultados da rede para cada partição do método de validação cruzada, bem como as porcentagens de acerto e erro em cada partição.

4 Conclusões

A análise e o reconhecimento de formas é um dos principais desafios para os pesquisadores da área de visão

Tabela 1: Resultado da classificação por RNA dos 40 descritores da assinatura fractal multiescala extraídos das espécies da Mata Atlântica e do Cerrado.

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	%A	%E
C ₁	17	0	1	0	0	1	0	1	0	0	85%	15%
C ₂	1	17	0	0	0	1	0	1	0	0	85%	15%
C ₃	0	2	15	1	0	0	0	2	0	0	75%	25%
C ₄	0	0	2	17	0	0	0	1	0	0	85%	15%
C ₅	1	0	0	0	18	1	0	0	0	0	90%	10%
C ₆	0	0	0	0	0	18	2	0	0	0	90%	10%
C ₇	0	0	1	0	0	0	19	0	0	0	83%	17%
C ₈	0	0	0	2	0	0	1	17	0	0	85%	15%
C ₉	0	0	0	1	0	0	0	0	19	0	95%	5%
C ₁₀	0	0	0	0	0	0	0	1	2	17	85%	15%
											87%	13%

Tabela 2: Descrição detalhada dos resultados da RNA para cada uma das k partições do conjunto de dados das espécies da Mata Atlântica e do Cerrado.

	#A	#E	%A	%E	T_r	T_e
k_1	17	3	85	15	0.00000	0.03823
k_2	17	3	85	15	0.00000	0.02459
k_3	15	5	75	25	0.00000	0.03246
k_4	17	3	85	15	0.00000	0.05535
k_5	18	2	90	10	0.00000	0.03238
k_6	18	2	90	10	0.00000	0.04988
k_7	19	1	95	5	0.00000	0.05080
k_8	17	3	85	15	0.05277	0.14255
k_9	19	1	95	5	0.00000	0.05423
k_{10}	17	3	85	15	0.00000	0.05007
	μ	87	13	0.00527	0.05206	

artificial. Esta tarefa se torna mais complexa quando o domínio de imagens analisadas são formas presentes na natureza. A dimensão fractal é um descritor comumente utilizado para analisar a complexidade de formas da natureza. Sua eficiência nem sempre é comprovada, uma vez que essa metodologia resulta em um único descritor que concentra todas as informações de complexidade da forma. Neste trabalho foi apresentada uma nova abordagem para análise de complexidade chamada assinatura fractal multiescala. Esse método resulta em uma função espaço-escala contendo inúmeras informações, em diversas escalas, da complexidade da forma em análise.

A eficiência da assinatura fractal multiescala na aná-

Tabela 4: Descrição detalhada dos resultados da RNA para cada uma das k partições do conjunto de dados das espécies da Mata Atlântica e do Cerrado.

	#A	#E	%A	%E	T_r	T_e
k_1	20	0	100	0	0.00000	0.06943
k_2	19	1	95	5	0.00000	0.07797
k_3	19	1	95	5	0.00000	0.72189
k_4	19	1	95	5	0.00000	0.05077
k_5	19	1	95	5	0.00000	0.01431
k_6	19	1	95	5	0.00277	0.05343
k_7	19	1	95	5	0.00000	0.00123
k_8	19	1	95	5	0.00000	0.01222
k_9	19	1	95	5	0.00000	0.03794
k_{10}	20	0	100	0	0.00000	0.00693
	μ	96	4	0.00027	0.03973	

Tabela 3: Resultado da classificação por RNA dos 80 descritores da assinatura fractal multiescala extraídos das espécies da Mata Atlântica e do Cerrado.

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	%A	%E
C ₁	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100%	0%
C ₂	1	19	0	0	0	0	0	0	0	0	95%	5%
C ₃	0	0	19	1	0	0	0	0	0	0	95%	5%
C ₄	1	0	0	19	0	0	0	0	0	0	95%	5%
C ₅	0	0	0	1	19	0	0	0	0	0	95%	5%
C ₆	0	0	0	0	1	19	0	0	0	0	95%	5%
C ₇	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	100%	0%
C ₈	1	0	0	0	0	0	0	19	0	0	95%	5%
C ₉	0	0	0	0	0	1	0	0	19	0	95%	5%
C ₁₀	0	0	0	1	0	0	0	0	0	19	95%	5%
											96%	4%

Tabela 5: Resultado da classificação por RNA dos 160 descritores da assinatura fractal multiescala extraídos das espécies da Mata Atlântica e do Cerrado.

	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	%A	%E
C ₁	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100%	0%
C ₂	1	18	0	0	0	1	0	0	0	0	90%	10%
C ₃	0	0	17	1	0	0	1	0	1	0	85%	15%
C ₄	0	0	2	18	0	0	0	0	0	0	90%	10%
C ₅	2	0	0	0	17	0	0	1	0	0	85%	15%
C ₆	0	1	0	0	0	19	0	0	0	0	95%	5%
C ₇	0	0	1	0	0	0	19	0	0	0	95%	5%
C ₈	0	1	0	0	0	0	1	17	1	0	85%	15%
C ₉	0	0	0	0	1	0	1	0	18	0	90%	10%
C ₁₀	0	1	0	1	0	0	0	0	1	17	85%	15%
											90%	10%

lise e classificação de formas foi comprovada através de experimentos com espécies vegetais. O objetivo dos experimentos foi realizar a taxonomia das espécies através das informações obtidas pela assinatura fractal multiescala. Os resultados alcançaram uma taxa de acerto de 96% ($\pm 0,02108$) das espécies, dentre dez espécies da Mata Atlântica e do Cerrado brasileiro.

Agradecimentos

Os autores são gratos a Eduardo A. Batista e José Carlos de Lima do Instituto Florestal de Moji-Guaçu pela coleta das espécies utilizadas nos experimentos, e ao CNPq (Proc. 303746/2004-1) pelo auxílio financeiro.

Referências

[1] Alados, C., Pueyo, Y., Navas, D., Cabezudo, B., Gonzalez, A., and Freeman, D. Fractal analysis of

plant spatial patterns: A monitoring tool for vegetation transition shifts. *Biodiversity and Conservation*, 14:1453–1468, 2005.

[2] Carlin, M. Measuring the complexity of non-fractal shapes by a fractal method. *Pattern Recognition Letters*, 21:1013–1017, 2000.

[3] Cheng, S.-C. and Huang, Y.-M. A novel approach to diagnose diabetes based on the fractal characteristics of retinal images. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 7(3):163–170, 2003.

[4] COSTA, L. Multidimensional scale-space shape analysis. In *International Workshop on Synthetic-Natural Hybrid Coding and Three Dimensional Imaging*, pages 214–217, 1999.

Tabela 6: Descrição detalhada dos resultados da RNA para cada uma das k partições do conjunto de dados das espécies da Mata Atlântica e do Cerrado.

	#A	#E	%A	%E	T_r	T_e
$k1$	16	4	80	20	0.00000	0.05735
$k2$	17	3	85	15	0.00000	0.05527
$k3$	18	2	90	10	0.00000	0.03852
$k4$	19	1	95	5	0.00000	0.03205
$k5$	18	2	90	10	0.00000	0.03436
$k6$	18	2	90	10	0.00000	0.03455
$k7$	19	1	95	5	0.00000	0.05357
$k8$	19	1	95	5	0.00000	0.00809
$k9$	17	3	85	5	0.00000	0.05466
$k10$	19	1	95	5	0.00000	0.01838
	μ		90	10	0.00000	0.03868

- [5] Costa, L. and Cesar, R. *Shape Analysis and Classification: Theory and Practice*. CRC Press, Pennsylvania, 2000.
- [6] Costa, L. F. and A.G., C. An integrated approach to shape analysis: Results and perspectives. In *International Conference on Quality Control by Artificial Vision*, volume 23-34, Le Creusot, France, 2001.
- [7] Haykin, S. *Neural Networks - A Comprehensive Foundation*. Prentice Hall, 2001.
- [8] Jain, A. K. and Duin, R. Statistical pattern recognition: A review. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(1):4–37, 2000.
- [9] Mandelbrot, B. *The Fractal Geometry of Nature*. W.H. Freeman, New York, 1983.
- [10] Mandelbrot, B. *Fractals, Form, Chance and Dimension*. W.H. Freeman, New York, 1983.
- [11] Manoel, E., Costa, L. F., J., S., and Müller, G. Multiscale fractal characterization of three-dimensional gene expression data. In *Symposium of Computer Graphics and Image Processing (SIBGRAPI'02)*, volume 269-274, Fortaleza, 2002.
- [12] Papoulis, A. *The Fourier Integral and Its Applications*. McGraw-Hill, New York, 1962.
- [13] Peitgen, H., Jurgens, H., and Saupe, D. *Chaos and Fractals New Frontiers of Science*. Springer, New York, 1992.
- [14] Perona, P. and Malik, J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(7):629–639, 1990.
- [15] Plotze, R., Falvo, M., Pádua, J., Bernacci, L., Vieira, M., Oliveira, G., and Bruno, O. Leaf shape analysis by the multiscale minkowsky fractal dimension, a new morphometric method: A study in passiflora l. (passifloraceae). *Canadian Journal of Botany*, 83:287–301, 2005.
- [16] Plotze, R., Nardin, C., Bernacci, L., and Bruno, O. Segmentação do sistema de venação foliar e suas aplicações na biometria e taxonomia das espécies. In *II Workshop de Visão Computacional (WVC'2006)*, volume 1-4, São Carlos, 2006.
- [17] Ristanovic, D., Nedeljkov, V., Stefanović, B., Milosević, N., Grgurević, M., and Stulić, V. Fractal and nonfractal analysis of cell images: Comparison and application to neural dendritic arborization. *Biological Cybernetics*, 87(278-288), 2002.
- [18] Sonka, M., Hlavac, V., and Boyle, R. *Image Processing, Analysis and Machine Vision*. PWS Publishing, 1999.
- [19] Tricot, C. *Curves and Fractal Dimension*. Springer-Verlag, New York, 1995.
- [20] Turner, M., Blackledge, J., and Andrews, P. *Fractal Geometry in Digital Imaging*. Academic Press, Cambridge, 1998.
- [21] Voci, F., Eiho, S., Sugimoto, N., and Sekibuchi, H. Estimating the gradient in the perona-malik equation. *IEEE Signal Processing Magazine*, 21(3):39–65, 2004.
- [22] Voss, R. Fractals in nature: From characterization to simulation. In Peitgen, H. and Saupe, D., editors, *The Science of Fractal Images*, pages 21–70. Springer, New York, 1998.
- [23] Yu, L., Zhang, D., Wang, K., and Yang, W. Coarse iris classification using box-counting to estimate fractal dimensions. *Pattern Recognition*, 38:1791–1798, 2005.